



Physikalisch-Technische Bundesanstalt



DECKBLATT

	Projekt	PSP-Element	Obj. Kenn.	Aufgabe	UA	Lfd. Nr.	Rev.
	N A A N	N N N N N N N N N N	N N N N N N	X A A X X	A A	N N N N	N N
EU 121.2	9K	32434		MR	ED	0002	00

Titel der Unterlage: Erläuterung zur Dispersion quer zur Strömungsrichtung	Seite:
	I.
	Stand:
	04/1987

Ersteller:	Textnummer:
GSF	

Stempelfeld:

PSP-Element TP... 9K/21285		zu Plan-Kapitel: 3.9	
		PL 13.04.87 	PL 13.04.87 

Diese Unterlage unterliegt samt Inhalt dem Schutz des Urheberrechts sowie der Pflicht zur vertraulichen Behandlung auch bei Beförderung und Vernichtung und darf vom Empfänger nur auftragsbezogen genutzt, vervielfältigt und Dritten zugänglich gemacht werden. Eine andere Verwendung und Weitergabe bedarf der ausdrücklichen Zustimmung der PTB.

1

Gesellschaft für Strahlen- und Umweltforschung mbH München
Institut für Tieflagerung

ERLÄUTERUNG ZUR DISPERSION QUER ZUR STRÖMUNGSRICHTUNG

TA-Nr. 2242.03

April 1987

Verfasser: [REDACTED]

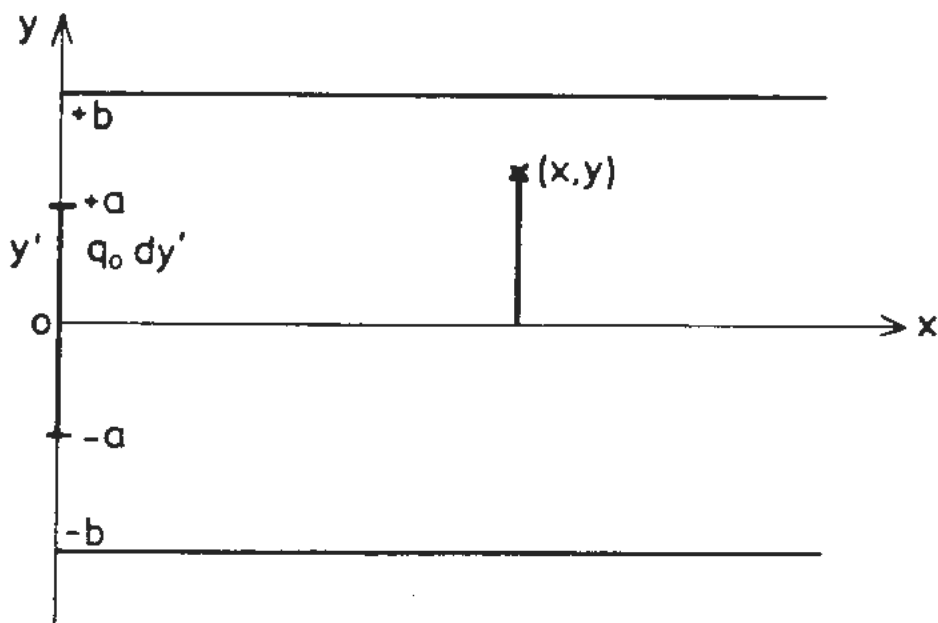
Der Bericht wurde im Auftrag der Physikalisch-Technischen Bundesanstalt (PTB) erstellt. Die PTB behält sich alle Rechte vor. Insbesondere darf dieser Bericht nur mit Zustimmung der PTB zitiert, ganz oder teilweise vervielfältigt bzw. Dritten zugänglich gemacht werden.

ERLÄUTERUNG ZUR DISPERSION QUER ZUR STRÖMUNGSRICHTUNG

September 1986

Ergänzung zum GSF-Bericht "Langzeitsicherheitsanalyse des Endlagers KONRAD: Radionuklidenausbreitung in der Nachbetriebsphase", Juni 1986 (Kapitel 7.3.2.2, S. 188)

Ausgehend von einer Punktquelle ($q_0 \cdot dy'$) an der Stelle $(x=0, y')$ in einer 2-dimensionalen Strömung entsprechend der folgenden Skizze



ist die Konzentration an der Stelle (x, y) , wenn die $\delta(t)$ Quelle im Punkt $(0, y')$ liegt

$$C(x, y, y', t) = \frac{(q_0 dy') \exp \left[-\frac{(y - y')^2}{4\alpha_T vt} \right] \exp \left[-\frac{(x - vt)^2}{4\alpha_L vt} \right]}{\phi \sqrt{4\pi \alpha_L vt} \sqrt{4\pi \alpha_T vt}}$$

Hier sind

- v Strömungsgeschwindigkeit in der x -Richtung
- α_L, α_T Dispersivitäten längs bzw. quer zur Strömungsrichtung
- ϕ Porosität
- t Laufzeit nach dem Auftreten der δ -Quelle
- q_0 Quellstärke einer Linienquelle (Teilchen pro Längeneinheit)

Liegt eine Linienquelle zwischen $y' = -a$ und $y' = +a$ ($x = 0$), so muß man über die Punktquellen dieses Abschnittes integrieren. Die bezüglich der Zeit t maximale Konzentration am Punkt (x, y) ergibt sich dann mit $x = vt$ zu:

$$\begin{aligned} C(x, y) &= \frac{q_0}{\phi \sqrt{4\pi \alpha_L x} \sqrt{4\pi \alpha_T x}} \int_{-a}^{+a} \exp \left[-\frac{(y-y')^2}{4\alpha_T x} \right] dy' \\ &= \frac{q_0}{\phi \sqrt{4\pi \alpha_L x} \cdot \sqrt{\pi}} \int_{\frac{a-y}{\sqrt{4\alpha_T x}}}^{\frac{a+y}{\sqrt{4\alpha_T x}}} e^{-z^2} dz \quad (y < a) \\ &= \frac{q_0}{\phi \sqrt{4\pi \alpha_L x}} \frac{1}{2} \left[\operatorname{Erf} \left(\frac{a-y}{\sqrt{4\alpha_T x}} \right) + \operatorname{Erf} \left(\frac{a+y}{\sqrt{4\alpha_T x}} \right) \right] \end{aligned}$$

wobei wie üblich

$$\text{Erf}(s) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^s e^{-z^2} dz \quad \text{ist.}$$

Diese Formel gilt für $y < a$. Für $y > a$ gilt

$$C(x,y) = \frac{q_0}{\phi \sqrt{4\pi\alpha_L x}} \frac{1}{2} \left[\text{Erf} \left(\frac{a+y}{\sqrt{4\alpha_T x}} \right) - \text{Erf} \left(\frac{a-y}{\sqrt{4\alpha_T x}} \right) \right]$$

Soll für $y = \pm b$ die Randbedingung

$$\frac{\partial C}{\partial y} = 0$$

erfüllt sein, also die Ausbreitung innerhalb eines seitlich begrenzten Kanals erfolgen, so müssen gemäß dem Spiegelungsprinzip die Quellen ebenfalls gespiegelt werden. Insgesamt entsteht der Ausdruck

$$C(x,y) = \frac{q_0}{\phi \sqrt{4\pi\alpha_L x}} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{2} \left[\text{Erf} \left(\frac{y+2nb+a}{\sqrt{4\alpha_T x}} \right) - \text{Erf} \left(\frac{y+2nb-a}{\sqrt{4\alpha_T x}} \right) \right]$$

Diese Reihe konvergiert im Beispiel von Abbildung 7-7 (Seite 190 des oben angegebenen Berichtes) bereits bei kleinen Werten von n . Falls $b=a$ (Quelle und Kanal gleich breit) wird die Reihe identisch 1 und damit

$$C(x,y) = \frac{q_0}{\phi \sqrt{4\pi\alpha_L x}}$$

Dies ist die Konzentration einer Linienquelle der Stärke q_0 im 1-dimensionalen (von y -unabhängigen) Fall. Die Darstellung in Abbildung 7-7 ist auf diese 1-dimensionale Konzentration normiert.

Daher kann man das von $-1\,500$ m bis $+1\,500$ m reichende Rechteck der Höhe 1 als die Konzentrationsverteilung für $x = 0$, also an der Quelle auffassen. Für größere Abstände füllt sich das Gebiet z.B. zwischen $1\,500$ m und $3\,000$ m auf und erreicht im Abstand $x = 30\,000$ m eine fast ausgeglichene relative Konzentration um 0,5. Bei diesen Rechnungen war $\alpha_T = 20$ zugrundegelegt worden.

Ist das den Kanal begrenzende Gebiet nicht undurchlässig, sondern die Leitfähigkeit lediglich klein im Verhältnis zu der im Kanal, so wird die Konzentrationsverteilung ähnlich ausgeglichen sein wie in Abbildung 7-7 dargestellt, die absolute Konzentration jedoch ist sicher kleiner.